Apellidos y nombre ______________________________

Temas 10, 11 y 12. ANÁLISIS

1. Determinar los puntos de corte de la recta de ecuación y = –4x + 1 con la parábola: $y = 2x^2 + 2x - 7$

$2x^2+2x-7=-4x+1$; $2x^2+6x-8=0$; $x^2+3x-4=0$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2-4\cdot1\cdot(-4)}}{2} = \dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{2} = \dfrac{-3\pm5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{-8}{2}=-4 \\ \frac{2}{2}=1 \end{array}\right.$

$x_1=-4$; $y=-4\cdot(-4)+1=17$; $\boxed{P_1(-4,17)}$

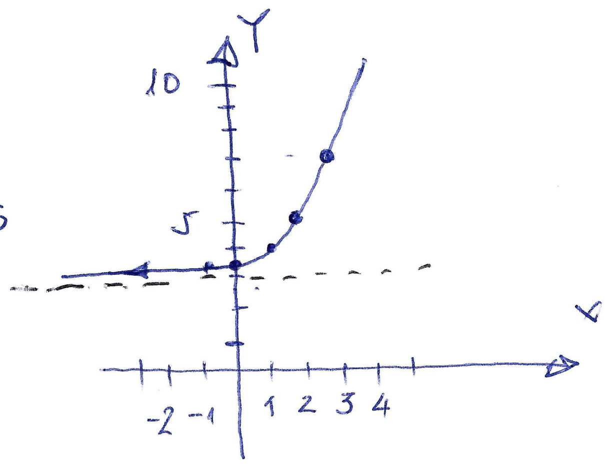
$x_2=1$; $y=-4\cdot1+1=-3$; $\boxed{P_2(1,-3)}$

2. a) Representa la función $y = 3 + 2^{x-1}$ eligiendo puntos significativos de la misma

b) Comentario: dominio, recorrido, asíntotas, crecimiento, concavidad,...

a)

x	y	
1	4	$y=3+2^{1-1}=3+1=4$
2	5	$y=3+2^{2-1}=3+2=5$
-1	3'25	$y=3+2^{-2}=3+\frac{1}{4}=3'25$
3	7	$y=3+2^{2}=3+4=7$
0	3'5	$y=3+2^{-1}=3+\frac{1}{2}=3'5$



b) $D=\mathbb{R}$; $\text{Im} f=(3,+\infty)$

A.H.: $y=3$; Crece: $\mathbb{R}$; Cóncava.

3. a) Representa utilizando una tabla de valores significativos la función: $y = \frac{-2}{x+4}$.

b) Haz un comentario: dominio, imagen, asíntotas, crecimiento, concavidad y convexidad.

a) A. H. $y = \frac{0}{1} = 0$; $y = 0$; A.V. $x+4=0$; $x=-4$

x	y
-7	$\frac{2}{3}$
-6	1
-5	2
-3	-2
-2	-1
-1	$-\frac{2}{3}$

$y = \frac{-2}{-7+4} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$

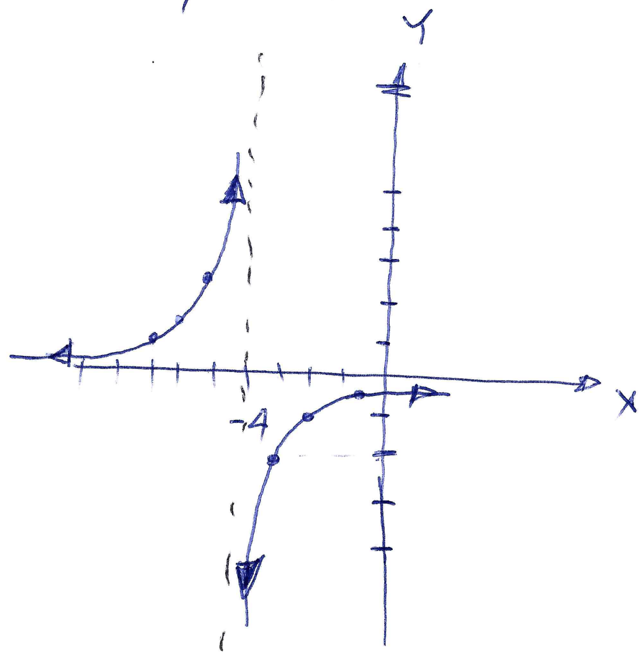
$y = \frac{-2}{-6+4} = \frac{-2}{-2} = 1$

$y = \frac{-2}{-5+4} = \frac{-2}{-1} = 2$

$y = \frac{-2}{-3+4} = \frac{-2}{1} = -2$

$y = \frac{-2}{-2+4} = \frac{-2}{2} = -1$

$y = \frac{-2}{-1+4} = \frac{-2}{3}$



b) $D = \mathbb{R} - \{-4\}$; $Im\, f = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; A. V. $x = -4$; A.H.: $y = 0$

Crece: $\mathbb{R} - \{0\}$; Cóncava: $(-\infty, -4)$; convexa: $(-4, +\infty)$

4. Halla la función inversa de $f(x) = \frac{5x-1}{4x+2}$.

$y = \frac{5x-1}{4x+2}$; $x = \frac{5y-1}{4y+2}$; $x(4y+2) = 5y-1$;

$4xy + 2x = 5y - 1$; $4xy - 5y = -1 - 2x$; $(4x-5)y = -1-2x$

$$\boxed{y = \frac{-1-2x}{4x-5}}$$

5. Calcula: $a)\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-6}{x^2-3x}$; $b)\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x^3-4x+1}{-x^3+x}$; $c)\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^3-4x+1}{-x^3+x}$

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x-6}{x^2-3x}=\dfrac{2.3-6}{3^2-3.3}=\dfrac{0}{0}$; IND. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}}=\boxed{\dfrac{2}{3}}$

b) $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x^3-4x+1}{-x^3+x}=\dfrac{-\infty}{+\infty}$ IND; $\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x^3}{-x^3}=\boxed{-5}$

c) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^3-4x+1}{-x^3+x}=\dfrac{-5+4+1}{+1-1}=\dfrac{0}{0}$ IND

	5	0	-4	1
-1		-5	5	-1
	5	-5	1	0

	-1	0	1	0
-1		1	-1	0
	-1	1	0	0

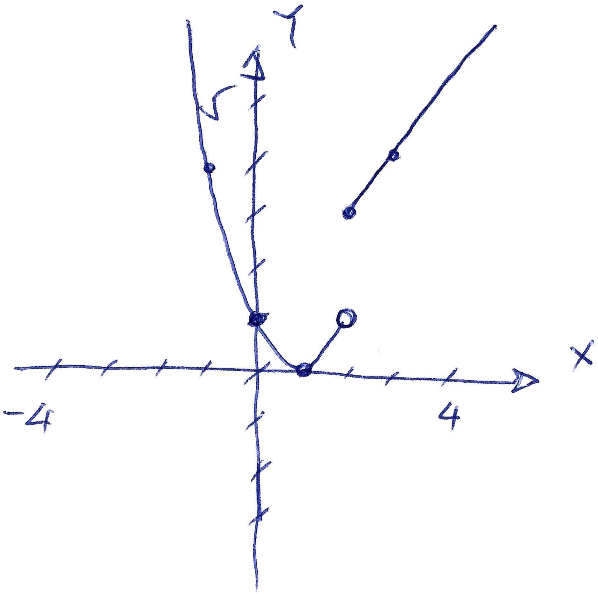
$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\cancel{(x+1)}(5x^2-5x+1)}{\cancel{(x+1)}(-x^2+x)}=\dfrac{11}{-2}=\boxed{\dfrac{-11}{2}}$

6. Dada la función: $f(x)=\begin{cases}x^2-2x+1 & si \quad x<2\\ x+1 & si \quad x\geq 2\end{cases}$.

Dibuja su gráfica hallando los valores significativos de la misma.

Vértice: $x=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-(-2)}{2.1}=1$

x	y	
-1	4	$(-1)^2-2(-1)+1=4$
0	1	$0^2-2.0+1=1$
1	0	$1^2-2.1+1=0$
2	3	$2+1=3$
3	4	$3+1=4$



7. Sean las funciones: $f(x) = -2x+5 \;\; y \;\; g(x) = \dfrac{3x+1}{4x}$

a) Hallar $(f \circ g)(1)$

b) Hallar $(g \circ f)(x)$

a) $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f\left(\dfrac{3.1+1}{4.1}\right) = f(1) = -2.1+5 = \boxed{3}$

b) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(-2x+5) = \dfrac{3(-2x+5)+1}{4(-2x+5)} =$

$$= \frac{-6x+15+1}{-8x+20} = \boxed{\frac{-6x+16}{-8x+20}}$$

8. Calcular las ecuaciones de la tangente y de la normal de la siguiente función en el punto que se indica: $y = 8 - 7x + x^2 \; en \; x = 3$

$f(3) = 8 - 7.3 + 3^2 = 8 - 21 + 9 = -4$

$f'(x) = -7 + 2x \; ; \; f'(3) = -7 + 2.3 = -1$

Recta tangente: $y = f(a) + f'(a)(x-a) \; ; \; y = -4 + (-1)(x-3)$

$$\boxed{y = -4 - (x-3)}$$

Recta normal: $y = f(a) - \dfrac{1}{f'(a)}(x-a) \; ; \; y = -4 - \dfrac{1}{-1}(x-3)$

$$\boxed{y = -4 + (x-3)}$$

9. Hallar la función derivada de las siguientes funciones:

$a)\ f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 3 \quad b)\ f(x) = \dfrac{x+1}{x+2} \quad c)\ f(x) = x^5 \ln x \quad d)\ y = e^{3-x^2}$

a) $f'(x) = \boxed{9x^2 - 10x}$

b) $f'(x) = \dfrac{1 \cdot (x+2) - (x+1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \dfrac{x+2-x-1}{(x+2)^2} = \boxed{\dfrac{1}{(x+2)^2}}$

c) $f'(x) = 5x^4 \cdot \ln x + x^5 \cdot \dfrac{1}{x} = 5x^4 \ln x + x^4 = \boxed{x^4(5\ln x + 1)}$

d) $y' = \boxed{-2x \cdot e^{3-x^2}}$

10. Dada la función $f(x) = x^3 - 12x$.

Determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y sus valores.

$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0$; $x^2 = 4$; $x = \pm\sqrt{4}$; $x_1 = 2$; $x_2 = -2$

$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	y
$+$	-2	$-$	2	$+$	y'

$x = -3$; $y' = 3(-3)^2 - 12 = 27 - 12 > 0$

$x = 0$; $y' = 3 \cdot 0^2 - 12 = -12 < 0$

$x = 3$; $y' = 3 \cdot 3^2 - 12 = 27 - 12 > 0$

Crece: $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

Decrece: $(-2, 2)$

Máx: $x = -2$

$y = (-2)^3 - 12 \cdot (-2) =$
$= -8 + 24 = 16$

Mín: $x = 2$

$y = 2^3 - 12 \cdot 2 = 8 - 24 =$
$= -16$